**Математическая модель по сырцу**

Целью математической модели по сырцу является проверка наличия необходимого сырца для заданного расписания работы литейных агрегатов.

Исходными данными модели являются:

- Пробное расписание: на каждый день и на каждую смену известно, какие части заказов выполняются, на каких ЛА и в каком объеме (то есть известны параметры ходок);

- План на выливку сырца из электролизеров по дням и по сменам для каждого литейного отделения (объем и содержание примесей).

Искомым является заключение о наличии необходимого сырца (ответ: да/нет).

Для поиска ответа предлагается искать распределение электролизеров по ходкам. Если такое распределение удается предъявить, то ответ «да», в противном случае – «нет».

**План на выливку**

Особенность физической модели состоит в том, что выливка сырца из электролизеров производится по заданному расписанию, которое может варьироваться в пределах ± несколько часов. В качестве исходного предположения рассматриваемой математической модели было принято считать, что сырец из каждого электролизера доступен в пределах той смены, которая указана в плане на выливку.

С учетом этого, задача декомпозируется по сменам и по литейным отделениям. То есть для каждой смены *shift* каждого дня *day* в каждом литейном отделении *LO* проверяем наличие необходимого сырца отдельно. Для того, чтобы рассматриваемое пробное расписание было допустимым, необходимо выполнение условия наличия сырца для всех *day*, *shift*, *LO*.

**«Болото»**

После каждой ходки в миксере остается «болото», объем которого может составлять существенную часть миксера (до 20%). Объем этого «болота» и содержание примесей в нем точно неизвестны, поскольку распределение электролизеров по ходкам еще не определено. Однако эти параметры «болота» влияют на расчет параметров следующей ходки.

**Объем «болота»**. В паспорте ЛА указано минимальное значение объема «болота», которое физически невозможно вылить из миксера. Иногда литейщики оставляют в миксере сплав свыше этого болота. Например, для промывки фильтра. Но перед следующей ходкой этот излишек на промывку фильтра все равно уходит. В итоге в математической модели полагаем, что объем «болота» равен минимальному объему, указанному в паспорте ЛА. А объемом сверх этого пренебрегаем.

**Содержание примесей в «болоте»** ограничено допустимыми пределами из предыдущей ходки. В математической модели в качестве содержания примесей в «болоте» можно взять средние или максимальные значения по содержанию примесей каждого элемента в предыдущей ходке. Максимальные значения соответствуют наихудшему случаю при проверке главного ограничения по содержанию примесей в сплаве – ограничению сверху.

**Переналадка (промывка)** миксера осуществляется при глобальном изменении химии расплава при переходе между определенными марками, когда нужно значительно сократить содержание примесей. При этом в паспорте ЛА указаны объемы сливаемого металла в жидком или твердом виде для каждого перехода. Переналадка по сути является отдельной ходкой. В математической модели пока что будем считать, что объем «болота» после промывки также равен минимальному, а содержание примесей равно максимально допустимому для следующей ходки.

Поиск распределения электролизеров по ходкам можно осуществить в две итерации. На первой использовать при расчете принятые выше допущения относительно параметров «болота» (объем и содержание примесей). Если при этом будет получено требуемое распределение, то на второй итерации проверить его, подставив в параметры «болота» конкретные значения, известные для данного распределения.

**Формальное описание математической модели по сырцу**

**Объект**: план на выливку электролизера *electr* (в отдельную смену)

**Известные параметры** электролизера:

- *Plant*(*electr*) – завод

- *MeltDep*(*electr*) – литейное отделение

- *Day*(*electr*) – день

- *Shift*(*electr*) – смена

- *V*(*electr*) – план по объему (т)

- <map>*El*(*electr*, *element*) – план по содержанию химического элемента *element* (значения: *Fe*, *Si*, *Cu*, *Mg*, *Mn*, *Ti*) в электролизере (<map> – соответствие: *element* → содержание в %)

**Объект**: ходка (плавка) *cast*

**Известные параметры** ходки:

- *Order*(*cast*) – заказ, по которому выполняется ходка. Используемые параметры заказа:

- <map>*El*min(*order*, *element*) – минимальное содержание химического элемента *element* в продукте (<map> – соответствие: *element* → содержание в %)

- <map>*El*max(*order*, *element*) – максимальное содержание химического элемента *element* в продукте (<map> – соответствие: *element* → содержание в %)

- *Cob*(*order*) – коэффициент расхода сырца

- *k*(*cast*) – ЛА, на котором выполняется ходка. Используемые далее параметры ЛА:

- *Vmixer*(*k*) – объем миксера (т)

- *Vrest*(*k*) – минимальный объем «болота» по паспорту ЛА (т)

- <map>*El*%(*k*, *element*) – возможности ЛА по уменьшению примеси *element* в сплаве (<map> – соответствие: *element* → возможности по уменьшению в %)

- <map>*Elrest*(*cast*, *element*) – содержание примесей в «болоте», оставшемся после предыдущей ходки или промывки миксера (<map> – соответствие: *element* → содержание в %)

- *PrevCast*(*cast*) – предыдущая ходка

- *Day*(*cast*) – день

- *Shift*(*cast*) – смена

- структура ходки:

- *Blanks*(*cast*) – количество занятых кристаллизаторов на литейной машине

- *Ingots*(*cast*) – количество слитков в одной заготовке

**Вычисляемые параметры** (на основе известных) ходки:

- *LengthBlank*(*cast*) – длина заготовки (мм):

- *V*(*cast*) – объем ходки для плоских слитков SLABS (т):

- *V*(*cast*) – объем ходки для Т-образной чушки T-BARS (т):

- *V*(*cast*) – объем ходки для цилиндрических слитков BILLETS (т):

- *Vcob*(*cast*) – требуемый расход сырца ходки (т):

**Искомые параметры** ходки:

- <list>*E*(*cast*) – список электролизеров, из которых поступает сырец для данной ходки

- <map>*VE*(*cast, electr*) – объем сырца, забираемый у каждого электролизера *electr* из *E*(*cast*) (<map> – соответствие: *electr* → объем в тоннах)

**Вычисляемые параметры** (на основе искомых) ходки:

- *VE*(*cast*) – суммарный объем сырца из электролизеров *E*(*cast*) (т):

- *Vtotal*(*cast*) – итоговый объем сырца в миксере, вместе с предыдущим «болотом» (т):

- <map>*El*(*cast, element*) – содержание примесей *element* в миксере после заливки сырца из *E*(*cast*), с учетом предыдущего «болота»:

**Ограничения** (взаимосвязь параметров) ходки**:**

**Жесткие:**

1. Забираемый объем из электролизера не может превышать его исходный объем по плану на выливку (или текущий объем, если в алгоритме проверки понадобится вычесть часть объема электролизера):
2. Суммарный объем сырца в миксере должен быть не меньше объема требуемого расхода сырца ходки в сумме с объемом «болота», остающегося в миксере после данной ходки:

Или, что равносильно,

1. Суммарный объем сырца в миксере не должен превышать физический объем миксера:
2. Содержание химических примесей в миксере не может превышать установленный ТС предел с определенным допуском по отдельным элементам (за счет возможностей ЛА по уменьшению примесей):

**Нежесткие (штрафные):**

1. Выполнение предыдущего условия (4) без необходимости уменьшения примесей (хотя бы по некоторым элементам) в сплаве средствами ЛА более предпочтительно:
2. Содержание химических примесей в миксере не может быть меньше установленного ТС предела. С помощью легирования можно увеличить содержание отдельных примесей, но это нежелательно:

**Комментарий к использованию нежестких ограничений**. По сути, проверка наличия сырца – это задача в задаче, то есть отдельная внутренняя задача поиска распределения электролизеров, решаемая для каждого варианта внешней задачи оптимизации расписания работы агрегатов. Для ответа на основной вопрос модели по сырцу (существует ли распределение электролизеров по ходкам) следует использовать только жесткие ограничения (1) – (4). Предположим, ответ положительный и в ходе работы алгоритма найдено одно из допустимых распределений. Важно понимать, что для учета нежестких ограничений (5) и (6) нельзя просто штрафовать по ним найденное допустимое распределение. Нужно попытаться найти другое допустимое распределение, которое будет лучше удовлетворять ограничениям (5) и (6). В итоге, штраф рассматриваемого варианта решения внешней задачи расписания должен быть равен штрафу самого лучшего (по (5) и (6)) допустимого (по (1) – (4)) варианта распределения электролизеров.

Вместо того, чтобы искать самое лучшее распределение, можно использовать следующий подход. Можно последовательно искать допустимые распределения с учетом следующих наборов ограничений:

- (1) – (4): проверка жестких ограничений

- (1) – (5) (возможно, по каждому элементу в (5) отдельно)

- (1) – (4), (6) (возможно, по каждому элементу в (6) отдельно)

- (1) – (6) (возможно, по каждому элементу в (5) и (6) отдельно)

Если на каком-то этапе (после первого) допустимое распределение не будет найдено, то нужно штрафовать рассматриваемый вариант решения внешней задачи расписания. Если будет найден вариант распределения электролизеров, удовлетворяющий всем ограничениям (1) – (6) и по всем элементам, то штрафовать ничего не нужно.

**Алгоритм поиска распределения электролизеров по ходкам**

Ищем распределение для всех значений *day* = 1, …, 28-31; *shift* = 1, 2, 3; *LO*. Каждому набору этих значений соответствуют множество ходок *Casts* и множество электролизеров *Electr*.

Из ограничений на примеси рассмотрим пока только жесткое ограничение сверху (4).

**Шаг 1.** Для каждой ходки определим содержание примесей в «болоте», оставшемся после предыдущей ходки (возьмем наихудший случай для (4)):

Если предыдущая ходка – промывка, то:

**Шаг 2.** Для каждой ходки положим .

**Шаг 3.** Для каждой ходки вычислим текущие значения , и .

**Шаг 4.** Найдем ходку, самую требовательную к химии сырца. Для этого для каждой ходки:

*Шаг 4.1*. Оценим сверху содержание примесей сырца, который необходимо добавить в миксер, чтобы выполнялись ограничения (2) и (4):

*Шаг 4.2*. Найдем множество электролизеров , которые по содержанию примесей не превосходят эту оценку:

*Шаг 4.3*. Выберем ходку с минимальным суммарным объемом электролизеров из множества . Если это множество пусто, то завершаем работу алгоритма: искомое распределение не найдено.

**Шаг 5.** Для выбранной на Шаге 4 самой требовательной ходки рассмотрим множество электролизеров . Выберем среди них , наименее востребованный по количеству вхождений в другие множества для других ходок из *Casts*.

**Шаг 6.** Добавим к множеству электролизер . Если при этом нарушается ограничение (3), т.е. вышли за допустимые пределы миксера по объему, то из электролизера следует забрать только часть объема . Если выполняется ограничение (2), то есть необходимый для ходки сырец собран, то исключаем ходку из множества *Casts*. Если множество *Casts* становится пустым, то завершаем алгоритм – искомое распределение найдено.

**Шаг 7.** Переходим на Шаг 3, повторяя вычисления для ходок только при необходимости.

Да, на каждой итерации алгоритма множество зависит от текущего множества уже добавленных электролизеров. По причине, указанной выше.

Шаги 3-7 – это одна итерация алгоритма, на которой в миксер самой требовательной ходки добавляется сырец из одного из электролизеров, «допустимых» на текущий момент для данной ходки. После каждой итерации множество «допустимых» электролизеров рассматриваемой ходки может расшириться, в результате чего другая ходка может стать более требовательной.

Можно расписать следующим образом:

– конечный требуемый объем сырца в миксере на итоговую химию (предельно допустимую)

– текущий объем сырца в миксере (с болотом) на текущую химию

– объем сырца, который осталось добавить в миксер, на среднюю химию этого сырца

Итоговое = текущее + требуемое

Если (то что у нас в начале было, болото не учитывали), получается, что

. Из формулы в шаге 4.1 не могу это получить.

Тут все правильно. В самом начале . И если , то вначале и . Если все это подставить, то сократится и получится твоё выражение.

Тут учитывается еще такой нюанс: когда мы добавили какой-то электролизер в миксер, множество допустимых электролизеров может увеличиться, так как химия добавленного электролизера может быть ниже посчитанного . Поэтому после добавления этого электролизера значение пересчитывается.

Поэтому тут не совсем правильно говорить о «множестве допустимых» электролизеров. Скорее, это «множество, из которого хотя бы один электролизер должен быть добавлен в данный миксер». Действительно, пусть это не так и в миксер добавят сырец только из таких электролизеров, для которых . Тогда в среднем они также дадут содержание примесей выше , то есть условие (4) не выполнится.

То есть мы в каждом шаге (после заливки каждого электролизера в миксер) просчитываем, какая должна быть химия у следующего электролизера?

Учтено ли в алгоритме, то что алюминий в миксер собирается по ковшам, которые в свою очередь уже заливаются электролизерами?

Нет. Речь не идет о реальной последовательности заливки электролизеров в миксер. Алгоритм ищет только множество электролизеров *E*(*cast*). Ковши в модели не учитываются никак. Насколько я понял, от такой детализации, как расписание движения ковшей мы решили отказаться.

Попробую пояснить работу алгоритма на иллюстративном примере. Чтобы было понятно, как формируется последовательность пополнения множества *E*(*cast*) (не последовательность заливки электролизеров). Пусть нет болота, и вначале требуется залить в миксер 4 электролизера одинакового объема *V*, а требуемая средняя химия по какому-то элементу не должна превышать . Получается, что общий объем данного элемента в итоговом сплаве не должен превышать 0,05\*4\**V* = 0,2*V*. Пусть имеются электролизеры с номерами 1, 2, …, 7 и т.д. с содержанием этого элемента соответственно 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7% и т.д.

На шаге 4.2 в качестве текущего множества «допустимых» электролизеров берется множество {1, 2, 3, 4, 5}. Что это значит: один из этих электролизеров обязательно должен быть добавлен в миксер (в множество *E*(*cast*)). Если использовать только другие электролизеры (с химией больше 5%), то в сумме они обязательно превысят объем 0,2*V*. Поэтому делается вывод: в *E*(*cast*) обязательно должен присутствовать один из первых 5 электролизеров. Далее на шаге 5 выбирается один из них – наименее востребованный (по-хорошему, нужно попробовать перебрать каждый из них). Пусть это будет электролизер 2 с 2% химии.

Теперь на следующей итерации (шаги 3 и 4.1) пересчитываем : поскольку мы добавили 0,02V, то осталось еще 0,18V, а в среднем на 3 электролизера получается . Если сравнить нашу ходку с другими, то может оказаться, что теперь наша ходка не самая требовательная, но пусть это не так. Теперь новое множество «допустимых» электролизеров = {1, 3, 4, 5, 6}. Снова, один из этих электролизеров обязан попасть в множество *E*(*cast*). Пусть среди них выбран электролизер 4 как наименее востребованный. Оставшийся запас по химии равен 0,14V на 2 электролизера, то есть . И так далее.

Пусть далее выбраны электролизеры 7 и 5. То есть *E*(*cast*) = {2, 4, 5, 7}. Реальная последовательность заливки этих электролизеров в ковши, а потом в миксер может быть любой. Да и само множество электролизеров в реальности может быть и скорее всего будет другим. В данной модели не требуется найти оптимальное распределение электролизеров по миксерам. Требуется лишь дать ответ, есть сырец на все ходки данной смены или нет.